**Завдання 1.** Дано закони розподілу незалежних дискретних випадкових величин Х та У:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | −3 | −2 | −1 | 0 | 2 |
| *p* | 0,1 | 0,1 | 0,5 | 0,1 | 0,2 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *Y* | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *p* | 0,4 | 0,3 | 0,1 | 0,2 |

Знайти *М* (*Х*), *D* (*Х*), *σ* (*Х*) для законів розподілу *2Х*, *Х+У*, *ХУ*, *Х−У*.

**Розв’язання:**

Постійний множник можна виносити за знак математичного сподівання. Математичне сподівання випадкової величини *СХ*:

*M* (*СX* ) *=Cx1p1 + Cx2p2 +…+ Cxnpn =*

*= C* (*x1p1 + x2p2 +…+ xnpn* ) *= CM* (*X*)*.*

Отже,

*M* (*СX* ) *= CM* (*X*).

Знайдемо *М*(*Х*)для закону розподілу *2Х*:

*2M* (*X*) = −3 · 0,1 + (−2) · 0,1 + (−1) · 0,5 + 0 · 0,1 + 2 · 0,2 = −0,6;

*M* (2*X*) = −1,2.

Сталий множник можна виносити за знак дисперсії, підводячи його до квадрату. Для визначення дисперсії використаємо таку формулу:

*D* (*CX*) *= C2·D* (*X*);

*D* (*X*) *= M* () *–* .

Знайдемо *M* ():

*M* ()= + = 2,6.

*D* (*2X*) *= · 2,6 – =* 8,96.

Знайдемо середнє квадратичне відхилення:

*σ =* ;

*σ* (*2X*) *=*

Знайдемо *М* (*Х + Y*) для закону розподілу *Х + Y.* Для цього знайдемо математичні сподівання кожної із наданих величин:

*М* (*Х*) = (−3) · 0,1 + (−2) · 0,1 + (−1) · 0,5 + 0 · 0,1 + 2 · 0,2 = −0,6;

*М* (*Y*) = 1 · 0,4 + 2 · 0,3 + 3 · 0,1 + 4 · 0,2 = 2,1.

Математичне сподівання суми двох випадкових величин дорівнює сумі математичних сподівань доданків:

*М* (*Х + Y*) *= М* (*Х*) *+ М* (*Y*)*;*

*М* (*Х + Y*)= −0,6 + 2,1 = 1,5.

Дисперсія суми двох незалежних випадкових величин дорівнює сумі їх дисперсій:

*D* (*Х + Y*) *= D* (*Х*) *+ D* (*Y*).

*M* ()= 2,6 (знайдено вище), тепер знайдемо *M* ():

*M* () = · 0,4 + · 0,3 + · 0,1 + · 0,2 = 5,7;

*D* (*Х + Y*) *= M* () – M [ + *M* () – *M* [ =

Знайдемо середнє квадратичне відхилення:

*σ =* ;

*σ* (*2X*) *=*

Знайти математичне сподівання випадкової величини XY. Для цього знайдемо математичні сподівання кожної із наданих величин:

*М* (*Х*) = (−3) · 0,1 + (−2) · 0,1 + (−1) · 0,5 + 0 · 0,1 + 2 · 0,2 = −0,6;

*М* (*Y*) = 1 · 0,4 + 2 · 0,3 + 3 · 0,1 + 4 · 0,2 = 2,1.

Випадкові величини X та Y незалежні, тому шукане математичне сподівання:

*M* (*XY*) = *M* (*X*) *· M* (*Y*) = −0,6 *·* 2,1 = −1,26.

Дисперсія добутку двох незалежних випадкових величин дорівнює:

*D* (*ХY*) *= M* () · *M* () − M [ *M* [

*D* (*ХY*) *=*  – · = 14,064.

Знайдемо середнє квадратичне відхилення:

*σ =* ;

*σ* (*ХY*) *=*

Знайдемо *М* (*Х − Y*) для закону розподілу *Х − Y.* Для цього знайдемо математичні сподівання кожної із наданих величин:

*М* (*Х*) = (−3) · 0,1 + (−2) · 0,1 + (−1) · 0,5 + 0 · 0,1 + 2 · 0,2 = −0,6;

*М* (*Y*) = 1 · 0,4 + 2 · 0,3 + 3 · 0,1 + 4 · 0,2 = 2,1.

Математичне сподівання різниці двох випадкових величин дорівнює різниці математичних сподівань доданків:

*М* (*Х − Y*) *= М* (*Х*) *– М* (*Y*);

*М* (*Х − Y*)= −0,6 − 2,1 = −2,7.

Дисперсія різниці двох незалежних випадкових величин дорівнює сумі їх дисперсій:

*D* (*Х −Y*) *= D* (*Х*) *+ D* (*Y*)*;*

*D* (*Х + Y*) *= M* () – M [ + *M* () – *M* [ =

Знайдемо середнє квадратичне відхилення:

*σ =* ;

*σ* (*2X*) *=*

**Відповідь:** *M* (2*X*) = −1,2; *D* (*2X*) *=* 8,96; *σ* (*2Х*)

*M* (*XY*) = −1,26; *D* (*ХY*) *=* 14,064; *σ* (*ХY*);

*М* (*Х + Y*)= 1,5; *D* (*Х + Y*) = 21,68; *σ (X + Y)*

*М* (*Х − Y*)= −2,7; *D* (*Х − Y*) = 21,68; *σ (XY)*

**Завдання 2.** Для дискретної випадкової величини відомий ряд розподілу. Знайти числові характеристики цієї випадкової величини: *M* (*X*), *D* (*X*), *σ* (*X*).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | −2 | −1 | 0 | 2 | 4 |
| *p* | 1/3 | 2/15 | 1/15 | 2/15 | 3/15 |

**Розв’язання:**

Знайдемо математичне сподівання, яке дорівнює сумі добутків всіх можливих значень випадкової величини на їхні ймовірності:

*М* (*Х*) = (−2) · 1/3 + (−1) · 2/15 + 0 · 1/15 + 2 · 2/15 + 4 · 3/15 = 0,26.

Знайдемо *M* () та обчислимо дисперсію дискретної випадкової величини:

*M* () = · 1/3 + · 2/15 + · 1/15 + · 2/15 + · 3/15 = = 5,2;

*D* (*X*) *= M* () *–* ;

*D* (*X*) *=* 5,2−

Знайдемо середнє квадратичне відхилення дискретної випадкової величини:

*σ =* ;

*σ =*

**Відповідь:** *М* (*Х*) = 0,26; *D* (*X*) ; *σ*